

---

**Qüestions de 3 punts**


---

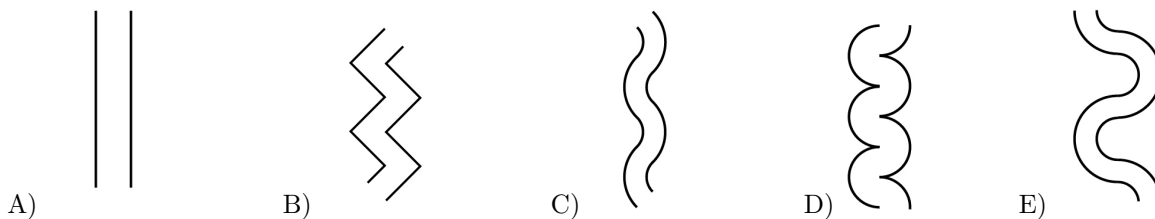
1. La suma de les edats d'en Joan i d'en Tomàs és 23, la suma de les edats d'en Joan i de n'Àlex és 24 i la suma de les d'en Tomàs i de n'Àlex és 25. Quina és l'edat del major d'ells?

- A) 10                      B) 11                      C) 12                      D) 13                      E) 14
- 

2. La suma de  $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000}$  és:

- A)  $\frac{3}{111}$                       B)  $\frac{111}{1110}$                       C)  $\frac{111}{1000}$                       D)  $\frac{3}{1000}$                       E)  $\frac{3}{1110}$
- 

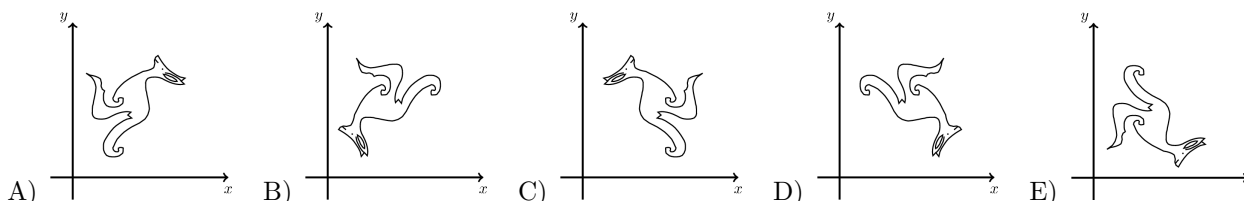
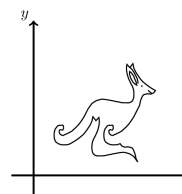
3. Na Maria vol construir un pont per damunt d'un riu del que sap que la distància més curta a l'altra vorera és sempre la mateixa, sense que importi allà on construeixi el pont. Quina de les següents imatges no pot ser un dibuix d'aquest riu?



4. Quants enters hi ha majors que  $2015 \cdot 2017$  i menors que  $2016 \cdot 2016$ ?

- A) 0                      B) 1                      C) 2015                      D) 2016                      E) 2017
- 

5. Un conjunt de punts forma la silueta del Cangur en el pla  $XY$  com es mostra a la figura de la dreta. Quina serà la figura resultant de canviar per a cada punt les coordenades  $x$  amb les de  $y$ ?

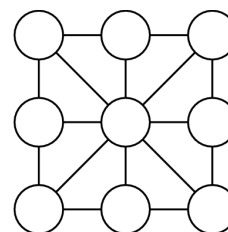


6. Quin és el nombre més petit de plans que es necessiten per a tancar completament un volum limitat, en l'espai tridimensional?

- A) 3                      B) 4                      C) 5                      D) 6                      E) 7
- 

7. Na Diana vol escriure nou nombres enters als cercles del diagrama que es mostra de tal manera que pels vuit triangles més petits que hi ha, la suma dels nombres dels seus tres vèrtex és sempre la mateixa. Quin és el nombre més gran d'enters diferents que pot utilitzar?

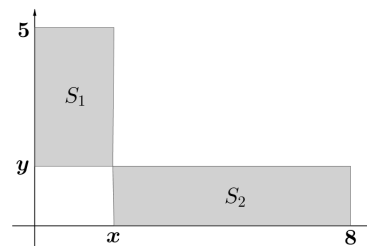
- A) 1                      B) 2                      C) 3                      D) 5                      E) 8



8. Els rectangles  $S_1$  i  $S_2$  del dibuix tenen la mateixa àrea.

Què val el quocient  $\frac{x}{y}$ ?

- A) 1      B)  $\frac{3}{2}$       C)  $\frac{4}{3}$       D)  $\frac{7}{4}$       E)  $\frac{8}{5}$

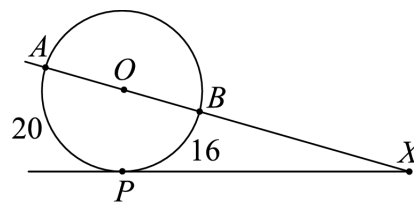


9. Si  $x^2 - 4x + 2 = 0$ , llavors  $x + \frac{2}{x}$  és igual a:

- A) -4      B) -2      C) 0      D) 2      E) 4

10. Les longituds dels arcs  $AP$  i  $BP$  són 20 i 16 respectivament, com es mostra a la figura. Aleshores el valor de l'angle  $AXP$  és igual a:

- A)  $30^\circ$       B)  $24^\circ$       C)  $18^\circ$       D)  $15^\circ$       E)  $10^\circ$



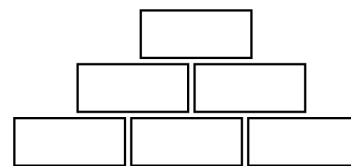
## Qüestions de 4 punts

11. Els nombres  $a, b, c, d$  són enters positius tals que  $a + 2 = b - 2 = c \cdot 2 = d : 2$ . Quins dels quatre nombres és més gran?

- A)  $a$       B)  $b$       C)  $c$       D)  $d$       E) No està unívocament determinat.

12. A la següent piràmide de nombres cada peça superior és producte de les dues peces que té directament davall. Quin dels següents nombres no hi pot haver a la peça superior si les dues files inferiors només poden contenir nombres naturals més grans que 1?

- A) 56      B) 84      C) 90      D) 105      E) 120



13. Que val  $a_4$  si  $a_1 = 2$  i  $a_{n+1} = a_n^{a_n}$  per a  $n \geq 1$ ?

- A)  $2^{2^3}$       B)  $2^{2^4}$       C)  $2^{2^{11}}$       D)  $2^{2^{16}}$       E)  $2^{2^{768}}$

14. Al rectangle  $ABCD$  la longitud del costat  $\overline{BC}$  és la meitat que la de la diagonal  $\overline{AC}$ . Sigui  $M$  un punt de  $CD$  tal que  $|\overline{AM}| = |\overline{MC}|$ . Quant mesura l'angle  $CAM$ ?

- A)  $12,5^\circ$       B)  $15^\circ$       C)  $27,5^\circ$       D)  $42,5^\circ$       E) Algun altre valor.

15. Na Diana talla un rectangle d'àrea  $2016 \text{ cm}^2$  en 56 quadrats iguals. Les longituds dels costats del rectangle i dels quadrats són nombres enters. Quants de rectangles diferents compleixen aquestes condicions?

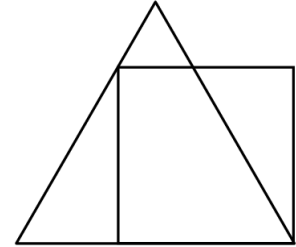
- A) 2      B) 4      C) 6      D) 8      E) 0

16. A l'Illa dels Cavallers i dels Mentiders els habitants són cavallers (que sempre diuen la veritat) o mentiders (que menteixen sempre). Durant el viatge per l'Illa en Lau troba a 7 persones que s'asseuen al voltant d'una foguera. Tots els presents li diuen: "Estic segut devora dos mentiders!". Quants mentiders hi ha asseguts?

- A) 3      B) 4      C) 5      D) 6      E) Es necessita més informació.

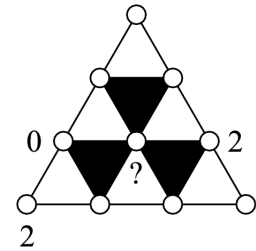
17. Les equacions  $x^2 + ax + b = 0$  i  $x^2 + bx + a = 0$  tenen ambdues les arrels reals. Se sap que la suma dels quadrats de les arrels de la primera equació és igual a la suma dels quadrats de les arrels de la segona i que  $a \neq b$ . Així,  $a + b$  és igual a:
- A) 0      B)  $-2$       C) 4      D)  $-4$       E) És impossible de determinar.

18. Si el perímetre del quadrat de la figura és igual a 4, aleshores el perímetre del triangle equilàter és igual a:



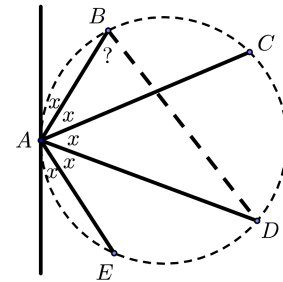
- A) 4      B)  $3 + \sqrt{3}$       C) 3      D)  $3 + \sqrt{2}$       E)  $4 + \sqrt{3}$

19. Cada un dels deu punts del dibuix estan marcats amb un 0, un 1 o un 2. La suma dels nombres dels vèrtex dels triangles blancs és divisible per 3, mentre que la suma dels nombres dels vèrtex dels triangles negres no és divisible per 3. Tres dels punts estan marcats, com es veu. Quins nombres poden utilitzar-se per marcar el punt central?



- A) Només el 0.      B) Només l'1.      C) Només el 2.      D) 0 o 1      E) 0, 1 o 2

20. Na Bel dibuixa cinc punts  $A, B, C, D$  i  $E$  en una circumferència i la recta tangent en el punt  $A$ , de tal manera que els cinc angles marcats amb una  $x$  són iguals. Quant mesura l'angle  $ABD$ ?



- A)  $66^\circ$       B)  $70,5^\circ$       C)  $72^\circ$       D)  $75^\circ$       E)  $77,5^\circ$

## Qüestions de 5 punts

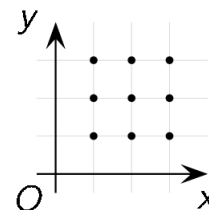
21. Quantes solucions diferents té l'equació  $(x^2 - 4x + 5)^{x^2 + x + 30} = 1$ ?

- A) 1      B) 2      C) 3      D) 4      E) Infinites

22. Un quadrilàter conté un cercle inscrit (és a dir, que és tangent als quatre costats). El quocient entre el perímetre del quadrilàter i el de la circumferència és  $\frac{4}{3}$ . Llavors, la proporció entre l'àrea del quadrilàter i la del cercle és:

- A)  $\frac{4}{\pi}$       B)  $\frac{3\sqrt{2}}{\pi}$       C)  $\frac{16}{9}$       D)  $\frac{\pi}{3}$       E)  $\frac{4}{3}$

23. Quantes funcions quadràtiques en  $x$  tenen el seu gràfic que passi per almenys 3 dels punts marcats?



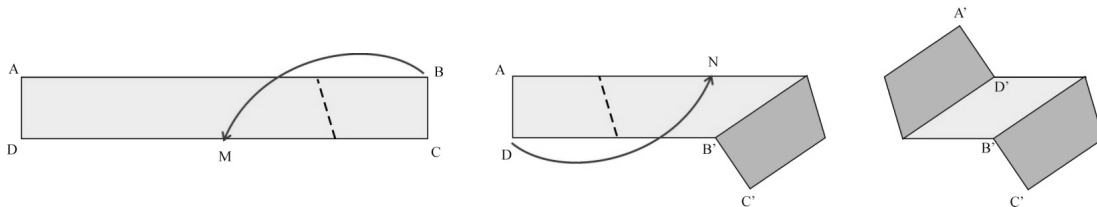
- A) 6      B) 15      C) 19      D) 22      E) 27

24. Al triangle rectangle  $ABC$  ( $A$  és l'angle recte) les bisectrius dels dos angles aguts es tallen al punt  $P$ . Si la distància de  $P$  a la hipotenusa és  $\sqrt{8}$ , quina és la distància de  $P$  al punt  $A$ ?
- A) 8                      B) 3                      C)  $\sqrt{10}$                       D)  $\sqrt{12}$                       E) 4

25. Tres nombres de tres xifres contenen des de l'1 fins el 9 i cada xifra s'utilitza només una vegada. Quin dels següents resultats no pot ser igual a la suma dels tres nombres?
- A) 1500                      B) 1503                      C) 1512                      D) 1521                      E) 1575

26. Un cub està seccionat en sis piràmides quadrangulares que tenen el seu vèrtex comú en un cert punt a l'interior del cub. Els volums de cinc d'aquestes piràmides són 2, 5, 10, 11 i 14. Quin és el volum de la sisena piràmide?
- A) 1                      B) 4                      C) 6                      D) 9                      E) 12

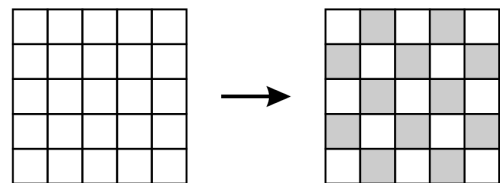
27. Una cinta rectangular  $ABCD$  de 5cm d'ample i 50 cm de llarg és de color clar en una cara i l'altre és de color més fosc. Doblegant la cinta, na Cristina fa coincidir el vèrtex  $B$  amb el punt mitjà  $M$  del costat  $CD$ . Doblegant-la un altre pic, duu el cantó  $D$  al punt mitjà  $N$  de l'altre costat  $AB$ . Quina és l'àrea en  $\text{cm}^2$  de la part visible més clara, com s'indica al dibuix?



- A) 50                      B) 60                      C) 62,5                      D) 100                      E) 125

28. N'Aina tria un enter positiu  $n$  i escriu la suma de tots els enters des d'1 fins  $n$ . Un nombre primer  $p$  divideix aquesta suma però no divideix a cap dels sumands. Quin dels següents nombres pot ser  $n + p$ ?
- A) 217                      B) 221                      C) 229                      D) 245                      E) 269

29. Considerau un quadrat  $5 \times 5$ , dividit en 25 cel·les, inicialment totes blanques. A cada moviment es canvia el color de tres cel·les consecutives qualssevol, per files o per columnes; és a dir, elegim tres cel·les consecutives i canviem les blanques a negres i les negres a blanques. Quin és el nombre mínim de moviments necessari per obtenir el tauler d'escacs acolorit com es mostra al dibuix?



- A) Menys de 10                      B) 10                      C) 12  
D) Més de 12                      E) No es pot fer.

30. L'enter positiu  $N$  té sis divisors positius distints, inclosos 1 i  $N$ . El producte de cinc d'ells és 648. Quins dels següents és el sisè divisor, el que falta al producte?
- A) 4                      B) 8                      C) 9                      D) 12                      E) 24