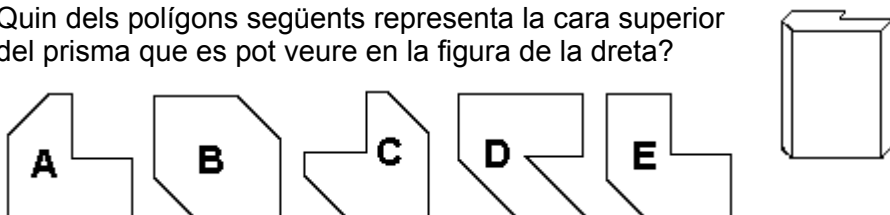


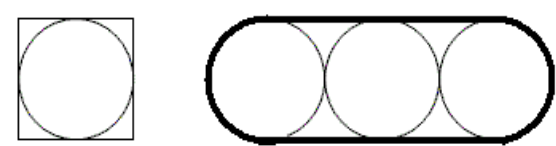


## Cangur 2003 – Nivell 4 Preguntes de 3 punts



1. L'Alba i en Bernat formen part d'una cadena humana per la pau. L'Alba té 2.003 persones al davant d'ella a la fila, una d'elles en Bernat. En Bernat, en canvi, en té 2.003 al darrere, una d'elles l'Alba. Entre l'Alba i en Bernat hi ha 33 persones. Quanta gent forma part d'aquesta cadena humana?
- A) 3.907  
B) 3.973  
C) 3.975  
D) 4.039  
E) 4.041

2. Quin dels polígons següents representa la cara superior del prisma que es pot veure en la figura de la dreta?
- A) La A  
B) La B  
C) La C  
D) La D  
E) La E
- 

3. L'àrea del quadrat de la figura de l'esquerra és  $a$  i l'àrea de cadascun dels cercles que pots veure és  $b$ . Quina serà llavors l'àrea tancada per la línia gruixuda?
- A)  $3b$   
B)  $2a + b$   
C)  $a + 2b$   
D)  $3a$   
E)  $a + b$
- 

4. En Carles havia de calcular el volum d'una esfera, però en el càlcul va prendre erròniament la mesura del diàmetre en lloc de la del radi. Què ha de fer amb el resultat que havia obtingut per tal d'obtenir la resposta correcta?
- A) Dividir-lo per 2.  
B) Dividir-lo per 4.  
C) Dividir-lo per 6.  
D) Dividir-lo per 8.  
E) Dividir-lo per 16.

5. Si sumem  $2^{n+2.003} + 2^{n+2.003}$  el resultat que obtindrem és:
- A)  $2^{n+2.004}$   
B)  $2^{2n+4.006}$   
C)  $4^{2n+4.006}$   
D)  $4^{2n+2.003}$   
E)  $4^{n+2.003}$

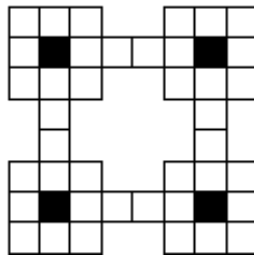
6. Les opcions de resposta donen, en cada cas, tres dades. Estudieu per quins d'aquests conjunts de dades es pot determinar un triangle  $ABC$  de manera que la solució sigui única.
- A)  $AB = 11$  cm,  $BC = 19$  cm,  $CA = 7$  cm  
B)  $AB = 11$  cm,  $BC = 6$  cm,  $\angle BAC = 63^\circ$   
C)  $AB = 11$  cm,  $CA = 7$  cm,  $\angle CBA = 128^\circ$   
D)  $AB = 11$  cm,  $\angle BAC = 63^\circ$ ,  $\angle CBA = 128^\circ$   
E) Per cap dels conjunts de dades anteriors es pot fer el que diu l'enunciat.

7. La mitjana  $M$  del nombre d'espectadors d'una sala de cinema els dies 16, 17, 18 i 19 de març era de 325 persones. Avui, dia 20 de març, la sala està plena i llavors la mitjana ha augmentat el 20 % respecte de  $M$ . Quina és la capacitat de la sala?
- A) 650 persones  
B) 600 persones  
C) 455 persones  
D) 390 persones  
E) 345 persones

8. El conjunt de tots els valors possibles del paràmetre  $m$  que fan que les corbes d'equacions  $x^2 + y^2 = 1$  i  $y = x^2 + m$  tinguin exactament un punt en comú és:
- A)  $\{-5/4, -1, 1\}$   
B)  $\{-5/4, 1\}$   
C)  $\{-1, 1\}$   
D)  $\{-5/4\}$   
E)  $\{1\}$

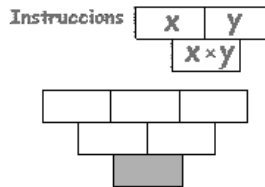
9. Quantes possibilitats hi ha per omplir totes les caselles blanques del tauler de la dreta amb fitxes  $1 \times 2$  ( $\square\square$ ) sense encavalcaments?

(Es considera que dues possibilitats són diferents si alguna fitxa està en una posició diferent en un cas i en l'altre.)



- A) 8  
B) 16  
C) 32  
D) 64  
E) 100

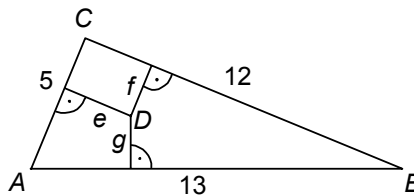
10. Construïm un triangle numèric, amb nombres més grans que 1 en cada casella, seguint les instruccions que s'indiquen en el gràfic. Quin dels nombres indicats en les respostes no pot quedar escrit a la casella inferior?



- A) 154  
B) 100  
C) 90  
D) 88  
E) 60

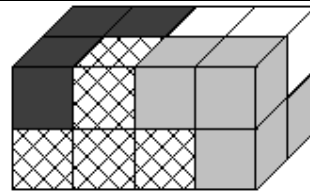
### Preguntes de 4 punts

11. Observa el triangle  $ABC$  de la figura de la dreta, que té àrea  $30 \text{ cm}^2$  i mesures dels costats 5, 12 i 13 cm. Si  $D$  és un punt interior al triangle i indiquem amb  $e$ ,  $f$  i  $g$  les distàncies de  $D$  als costats del triangle, quin és, en cm, el valor de l'expressió  $5e + 12f + 13g$ ?

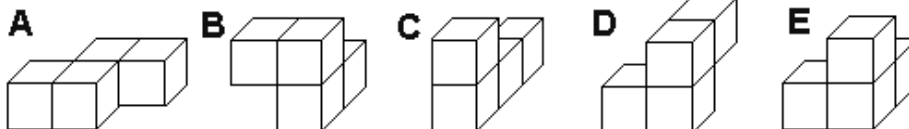


- A) 120  
B) 90  
C) 60  
D) 30  
E) Depèn de la posició de  $D$ .

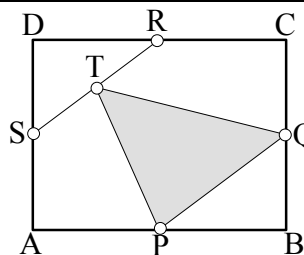
12. El paral·lelepípede rectangular de la figura de la dreta està format ajuntant quatre peces, cadascuna de les quals està formada per 4 petits cubs. Quina de les següents és la peça blanca?



- A) La **A**  
B) La **B**  
C) La **C**  
D) La **D**  
E) La **E**



13. En un rectangle  $ABCD$  indiquem amb  $P$ ,  $Q$ ,  $R$  i  $S$  els punts mitjans dels costats  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  i  $AD$ , respectivament, i  $T$  és el punt mitjà del segment  $RS$ . Quina part de l'àrea del rectangle  $ABCD$  està coberta pel triangle  $PQT$ ?



- A) Un quart  
B) Un cinquè  
C) Un sisè  
D) Tres vuitens  
E) Cinc setzens

14. Si simplifiques tot el que sigui possible en l'operació indicada

$$\sqrt{1 + 2.000\sqrt{1 + 2.001\sqrt{1 + 2.002\sqrt{1 + 2.003 \times 2.005}}}}$$

quin és el resultat?

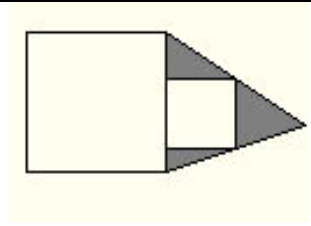
- A) 2.000  
B) 2.001  
C) 2.002  
D) 2.003  
E) 2.004

15. Les longituds de dos costats d'un triangle acutangle i de l'altura sobre el tercer costat del triangle són (potser no en aquest ordre) 12 cm, 13 cm i 15 cm. Quina és l'àrea d'aquest triangle, expressada en  $\text{cm}^2$ ?

- A) 168  
B) 84  
C) 80  
D)  $6\sqrt{65}$   
E) Hi ha dues possibilitats.

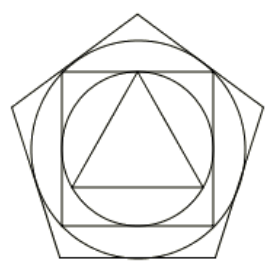
16. Un ordinador escriu la llista de les setenes potències de tots els nombres naturals positius, és a dir, la successió  $1^7, 2^7, 3^7, 4^7, \dots$ . Quants termes d'aquesta successió hi ha entre els nombres  $5^{21}$  i  $2^{49}$  (aquests dos exclosos en cas que siguin elements de la successió)?
17. Quantes parelles  $(x, y)$  formades per dos nombres enters són solució de l'equació  $(x^2 - 4)^{y^2+1} = 9$ ?
18. El dibuix de la dreta mostra dos quadrats. La longitud del costat d'un és 2 m, i la de l'altre, 1 m. Quina és la mesura de l'àrea ombrejada, expressada en  $m^2$ ?
19. El resultat de l'operació  $100^2 - 99^2 + 98^2 - \dots + 2^2 - 1^2$  és:
20. Sabem que  $a$  és un nombre positiu que compleix  $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 6$ .  
Quin és el valor de  $a^3 + \frac{1}{a^3}$ ?

- A) 13  
B) 8  
C) 5  
D) 3  
E) 2
- A) Cap  
B) 1  
C) 2  
D) 4  
E) Més de 4
- A) 1  
B) 2  
C)  $2\sqrt{2}$   
D) 4  
E) Depèn de la posició dels quadrats.
- A) 2.002  
B) 2.020  
C) 4.040  
D) 5.050  
E) 8.008
- A) 6  
B)  $3\sqrt{6}$   
C)  $4\sqrt{6}$   
D)  $5\sqrt{6}$   
E)  $6\sqrt{6}$



**Preguntes de 5 punts**

21. Dibuixem un triangle equilàter i el cercle circumscrit a aquest triangle. Després circumscriuim un quadrat a aquell cercle i tot seguit dibuixem un cercle circumscrit al quadrat. Fem el mateix amb un pentàgon i anem repetint la construcció (nous cercles i nous polígons regulars) fins que arribem a dibuixar un polígon de 16 costats. Quantes regions disjunctes hi ha a l'interior d'aquest polígon?
22. Un punt  $P(x, y)$  pertany a una circumferència de centre  $M(2, 2)$  i radi  $r$ . Sabem que  $y = r > 2$  i que  $x, y$  i  $r$  són enters positius. Quin és el mínim valor possible que pot tenir  $x$ ?
23. Dues esferes de mercuri, cadascuna de les quals té una superfície de  $2 \text{ mm}^2$ , s'ajunten en una sola esfera. Quina és la superfície d'aquesta nova esfera, expressada també en  $\text{mm}^2$ ?



- A) 232  
B) 240  
C) 248  
D) 264  
E) 272
- A) 2  
B) 4  
C) 6  
D) 8  
E) 10
- A)  $2^{3/2}$   
B)  $2^{4/3}$   
C)  $2^{5/3}$   
D) 4  
E)  $2^{5/2}$

24. En uns grans magatzems han de determinar el preu de venda d'un jersei. Un estudi de mercat indica que si el preu és de 75 € es vendran 100 jerseys. També es pot pensar que per cada 5 € d'augment en el preu es vendran 20 jerseys menys, i que, en canvi, per cada 5 € que s'abaixi el preu es vendran 20 jerseys més. Suposant que es fabriquen tants jerseys com se'n venen i que el preu de cost de cadascun és de 30 €, quin serà el preu de venda que donarà uns beneficis màxims?

A) 85 €  
 B) 80 €  
 C) 75 €  
 D) 70 €  
 E) 65 €

25. Dos coloms blancs i vuit coloms grisos que volen junts en bandada, es posen a descansar tots alhora en un fil elèctric, alineats un al costat de l'altre. Suposant que s'han posat a l'atzar, quina és la probabilitat que els dos coloms blancs quedin un al costat de l'altre?

A) 1/5  
 B) 1/6  
 C) 1/7  
 D) 1/8  
 E) 1/9

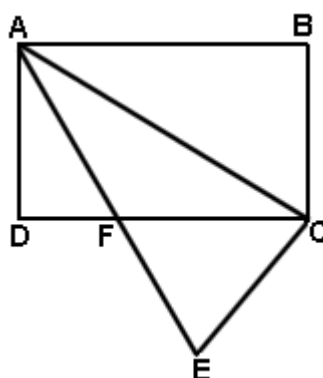
26. Si  $f$  és un polinomi que compleix

$$f(x^2 + 1) = x^4 + 4x^2,$$

quin és el valor de  $f(x^2 - 1)$ ?

A)  $x^4 - 4x^2$   
 B)  $x^4$   
 C)  $x^4 + 4x^2 - 4$   
 D)  $x^4 - 4$   
 E)  $x^4 - 2.003$

27. En la figura,  $ABCD$  és un rectangle amb  $AB = 16$  cm i  $BC = 12$  cm.  $ACE$  és un triangle rectangle amb  $AC \perp CE$  i  $CE = 15$  cm. Si  $F$  és el punt d'intersecció dels segments  $AE$  i  $CD$ , llavors l'àrea de  $ACF$ , expressada en  $\text{cm}^2$ , és:



A) 48  
 B) 72  
 C) 75  
 D) 80  
 E) 96

28. La Paula converteix cada aresta d'un cub en un vector prenent com a origen i com a extrem els vèrtexs adjacents del cub que defineixen l'aresta i assignant a aquest vector un dels dos sentits que pot tenir. D'aquesta manera obté 12 vectors, i tot seguit suma aquests 12 vectors. Si ho fa de totes les maneres possibles, quants resultats diferents obtindrà?

A) 25  
 B) 27  
 C) 64  
 D) 100  
 E) 125

29. En un hexàgon regular considerem el conjunt de segments format pels sis costats i totes les diagonals. Anomenarem dos dels segments d'aquest conjunt «estrangers» si no tenen cap punt en comú (ni tan sols un dels extrems). Quantes parelles d'«estrangers» podem trobar?

A) 26  
 B) 28  
 C) 30  
 D) 36  
 E) 45

30. Una successió  $(a_n)$  està definida per a  $n \geq 0$  de la manera següent:

$$a_0 = 4, a_1 = 6, a_{n+1} = \frac{a_n}{a_{n-1}} \text{ per a } n \geq 1.$$

Quin és el valor del terme  $a_{2003}$  d'aquesta successió?

A) 3/2  
 B) 2/3  
 C) 4  
 D) 1/4  
 E) 1/6