

Qüestions de 3 punts

1. Comprem  $m$  llapis a  $n \in$  cada un i  $n$  llapis a  $m \in$  cada un. Quin és el preu mitjà dels llapis que hem comprat?

- A) 1                      B)  $\frac{m+n}{2}$                       C)  $\frac{2mn}{m+n}$                       D)  $mn$                       E)  $\frac{m^2n^2}{2}$

2. El nombre total de cares d'una piràmide és 17. Quantes arestes té?

- A) 16                      B) 17                      C) 18                      D) 32                      E) 34

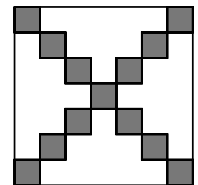
3. Quin és el mínim del conjunt de nombres reals  $x$  que compleixen la inequació  $x^2 - 2004 \leq 0$ ?

- A)  $-2004$                       B)  $-\sqrt{2004}$                       C) 0                      D)  $+\sqrt{2004}$                       E) 2004

4. Tots els marcians tenen alguna antena al cap. El 2% de la població de marcians té una antena; la majoria, el 97%, en tenen dues, i la resta en tenen tres. No hi ha cap marcià amb quatre antenes o més. Quin és el percentatge de marcians que tenen més antenes que el nombre que representa la mitjana d'antenes?

- A) 1                      B) 3                      C) 97                      D) 98                      E) 99

5. En un quadrat de costat  $s$ , on  $s$  és un nombre enter imparell, s'acolorixen tots els quadrats de costat unitat que estan situats sobre les diagonals (vegeu la figura que representa el cas  $s = 7$ ). Quina és l'àrea de la zona de color blanc?



- A)  $(s-1)^2$                       B)  $(s-2)^2$                       C)  $2s^2 + 1 - 4s$                       D)  $s^2 - 2s - 1$                       E)  $s(s-2)$

6. Quants nombres enters de dues xifres hi ha amb la propietat que el quadrat i el cub acaben amb la mateixa xifra?

- A) 1                      B) 9                      C) 10                      D) 21                      E) Més de 30

7. Un quadrat es pot descompondre en 18 quadrats més petits, dels quals n'hi ha 17 que tenen el costat d'una unitat. Quina és l'àrea del quadrat inicial, expressada en unitats quadrades?

- A) 25                      B) 49                      C) 81                      D) 100                      E) 225

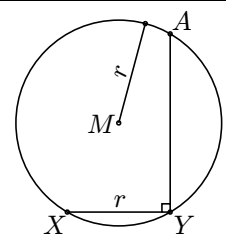
8. Quants triangles rectangles es poden formar que tinguin els tres vèrtexs escollits en el conjunt de vèrtexs d'un polígon regular de 14 costats donat?

- A) 72                      B) 82                      C) 84                      D) 88                      E) Més de 88

9. En una bossa hi ha 15 boles amb el número 4 i unes quantes boles amb el número 2. Si traiem de la bossa la meitat de les boles amb el número 2 i la tercera part de boles amb el número 4, llavors la suma dels nombres de les boles que queden a la bossa és 50. Quina és la suma dels nombres de totes les boles?

- A) 60                      B) 72                      C) 80                      D) 90                      E) 100

10. En un cercle de radi  $r$  dibuixem una corda  $XY$  de longitud  $r$  i una altra corda  $YA$  perpendicular a l'anterior. Quina és la mesura de l'angle  $\widehat{XAY}$ , expressada en graus sexagesimals?



- A)  $22\frac{1}{2}^\circ$                       B)  $30^\circ$                       C)  $45^\circ$                       D)  $60^\circ$                       E)  $90^\circ$

## Qüestions de 4 punts

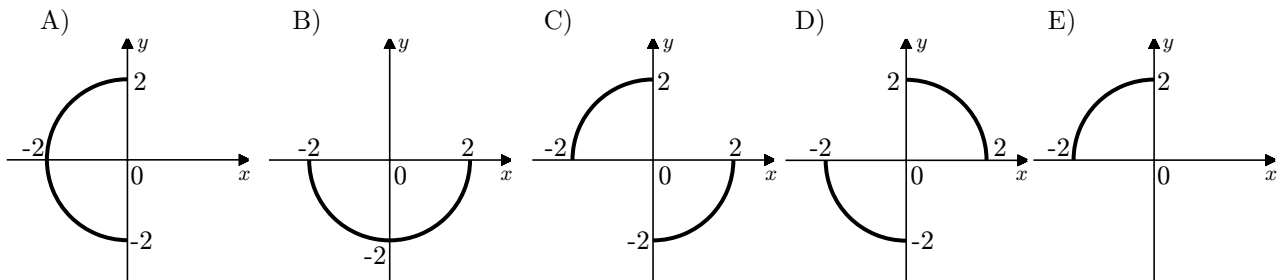
11. Quants quadrats es poden dibuixar que tinguin un vèrtex en el punt  $A(-1, -1)$  amb la propietat que alguns dels eixos de coordenades (un o tots dos) siguin un eix de simetria del quadrat?

- A) 2                      B) 3                      C) 4                      D) 5                      E) 6

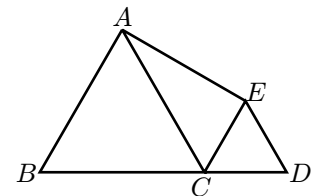
12. En una bossa hi ha 100 boles numerades de 1 a 100. ¿Quin és el mínim nombre de boles que hem de treure de la bossa, totes alhora i sense mirar, per poder tenir la seguretat que el producte dels nombres de les boles escollides és un múltiple de 4?

- A) 51                      B) 52                      C) 53                      D) 54                      E) 55

13. Quins dels gràfics següents representa el conjunt de punts  $(x, y)$  que compleixen les condicions  $x \cdot y \leq 0$  i  $x^2 + y^2 = 4$ ?



14. En la figura es poden veure dos triangles equilàters  $ABC$  i  $ECD$ , situats de manera que els costats  $BC$  i  $CD$  estan sobre una mateixa recta i que tenen com a longituds dels costats, respectivament, 2 unitats i 1 unitat. Quantes unitats quadrades mesura l'àrea del quadrilàter  $ABCE$ ?



- A)  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$                       B)  $\frac{4+5\sqrt{3}}{4}$                       C) 3                      D)  $\frac{6+\sqrt{3}}{4}$                       E)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

15. Quants nombres enters positius es poden escriure de la forma  $a_0 + a_1 \cdot 3 + a_2 \cdot 3^2 + a_3 \cdot 3^3 + a_4 \cdot 3^4$  on  $a_0, a_1, a_2, a_3$  i  $a_4$  pertanyen al conjunt  $\{-1, 0, 1\}$ ?

- A) 5                      B) 80                      C) 81                      D) 121                      E) 243

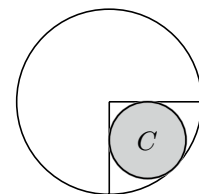
16. El nombre  $(\sqrt{22+12\sqrt{2}} - \sqrt{22-12\sqrt{2}})^2$  és

- A) Negatiu                      B) 0                      C) La quarta potència d'un nombre enter diferent de 0                      D)  $11\sqrt{2}$                       E) Un nombre enter positiu divisible per 5

17. Quants vèrtexs té un polígon que compleix que la suma dels seus angles interiors és la setena part de la suma dels angles interiors d'un polígon de 16 costats?

- A) 3                      B) 4                      C) 6                      D) 7                      E) 10

18. Un cercle  $C$  està inscrit en un quadrant d'un cercle de radi 6 cm, tal com es mostra en la figura. Quina és la mesura en cm del radi del cercle  $C$ ?



- A)  $\frac{6-\sqrt{2}}{2}$                       B)  $\frac{3\sqrt{2}}{2}$                       C) 2,5                      D) 3                      E)  $6(\sqrt{2}-1)$

19. Els termes  $a_2$ ,  $a_3$  i  $a_4$  d'una progressió geomètrica,  $(a_n)_{n \geq 1}$ , compleixen  $a_3 < a_2 < a_4$ . Podem assegurar que

- A)  $a_3 \cdot a_4 > 0$       B)  $a_2 \cdot a_3 < 0$       C)  $a_2 \cdot a_4 < 0$       D)  $a_2 < 0$       E)  $a_2 \cdot a_3 > 0$

20. Quines són les dues últimes xifres de  $11^{2004}$ ?

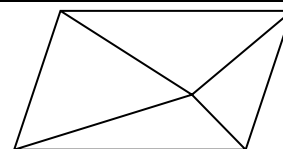
- A) 01      B) 11      C) 21      D) 31      E) 41

### Qüestions de 5 punts

21. Es van fer les eleccions a Verduralàndia. Totes les persones que van votar el partit PMB (Partit dels Menjadors de Bròquil) realment havien menjat bròquil. D'altra banda, el 90% de les persones que van votar altres partits no havien menjat mai bròquil. ¿Quin tant per cent de vots va tenir el PMB en les eleccions si es coneix la dada que el 46% del conjunt de persones que van votar havia menjat anteriorment bròquil?

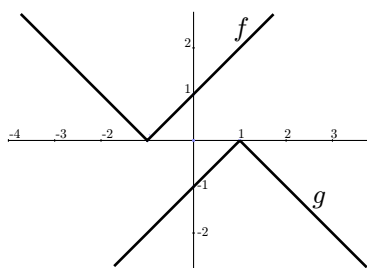
- A) 40%      B) 41%      C) 43%      D) 45%      E) 46%

22. Un paral·lelogram es descompon en quatre triangles tal com es veu en la figura, unint els vèrtexs a un punt interior. Només una de les llistes següents pot representar les àrees dels quatre triangles per un cert paral·lelogram i un cert punt interior. Quina?



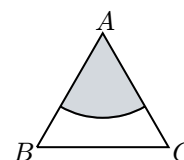
- A) 4, 5, 8, 9      B) 5, 6, 7, 12      C) 10, 11, 12, 19      D) 11, 13, 15, 16      E) 12, 14, 16, 22

23. La figura de la dreta mostra la gràfica de dues funcions,  $f$  i  $g$ , definides en el conjunt dels nombres reals. ¿Quina de les igualtats següents es compleix per a qualsevol nombre real,  $x$ ?



- A)  $f(x) = -g(x) + 2$   
 B)  $f(x) = -g(x) - 2$   
 C)  $f(x) = -g(x) + 2$   
 D)  $f(x + 2) = -g(x)$   
 E)  $f(x + 1) = -g(x - 1)$

24. Considereu un triangle equilàter  $ABC$  amb la longitud del costat igual a 4 cm. ¿Quina mesura, expressada en cm, té el radi de l'arc circular amb centre en  $A$  que divideix el triangle en dues parts de la mateixa àrea?

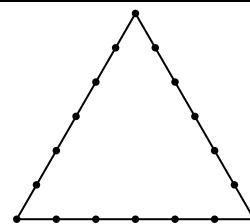


- A)  $\sqrt{\frac{12\sqrt{3}}{\pi}}$       B)  $\sqrt{\frac{24\sqrt{3}}{\pi}}$       C)  $\sqrt{\frac{30\sqrt{3}}{\pi}}$       D)  $\sqrt{\frac{36\sqrt{3}}{\pi}}$       E)  $\sqrt{\frac{48\sqrt{3}}{\pi}}$

25. Un joc comença amb una seqüència de 200 zeros. En la primera ronda sumem 1 a cada nombre. En la segona ronda deixem el primer nombre inalterat, sumem 1 al segon nombre i després continuem sumant 1 a un nombre no i a un nombre sí, fins al final de la seqüència. En la tercera ronda deixem el primer i el segon nombre inalterats, sumem 1 al tercer nombre i després continuem sumant 1 a dos nombres no i a un nombre sí, fins al final. I així successivament. Quin nombre hi haurà en la posició 120 després de 200 rondes?

- A) 12      B) 16      C) 20      D) 24      E) 32

26. Quants triangles es poden dibuixar que tinguin els vèrtexs en els punts de la figura?



- A) 711      B) 717      C) 777      D) 811      E) 816

27.  $x, y, z$  són tres xifres que compleixen  $0 < x < y < z$ . Si la suma de tots els nombres que es poden formar permutant  $x, y, z$  és 1554, quin és el valor de  $z$ ?

A) 3

B) 4

C) 5

D) 6

E) 7

---

28. El nombre  $m = 999 \dots 9$  està format per 999 nous. Quina és la suma de les xifres de  $m^2$ ?

A) 8982

B) 8991

C) 9000

D) 9009

E) 9018

---

29. El valor exacte de  $\sin^4 75^\circ - \cos^4 75^\circ$  és

A)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

B)  $\sqrt{3}$

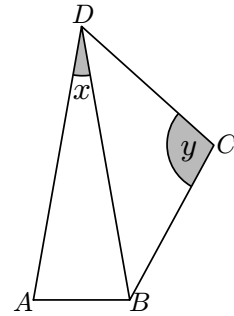
C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

D)  $\frac{1}{2}$

E)  $-\frac{1}{2}$

---

30. El quadrilàter convex  $ABCD$  de la figura de la dreta té àrea unitat i està construït adjuntant dos triangles isòscels  $ABD$  i  $BCD$  en què les bases (costats de mesura diferent dels altres dos) són  $AB$  i  $BD$  respectivament. Els valors dels angles en gris de la figura són  $x = \widehat{ADB} = 20^\circ$  i  $y = \widehat{DCB} = 100^\circ$ . Quin és el valor del producte  $AC \cdot BD$ ?



A)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

C)  $\sqrt{3}$

D)  $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

E) 1

---

---