CentMat
Centre d'Aprenentatge CientificoMatemàtic

Dividir també és divertit!

A. Introducció

- *Anam a parlar de la divisió. Però, què és dividir?* En aquest diàleg ha de sortir:

Repartir
Agrupar

- La propietat commutativa entre divisor i quocient: geometria del rectangle

Es repartirà una quantitat aleatòria de quadradets perquè diguin quins rectangles poden construir fent servir tots els quadradets.

Apareixen els conceptes naturals de residu i nombre primer. La divisió aritmètica es lliga a la geometria en la formació d’un rectangle. Aquest fet dóna sentit al residu i, el moviment, deixa a la vista la propietat commutativa entre divisor i quocient.

- El dilema del residu

A l’hora d’efectuar una divisió, hi ha dos tipus de residus: aquells que té sentit seguir dividint i aquells que no. Trobam exemples?

B. Història de la divisió

Els algorismes aritmètics van lligats necessàriament als sistemes de numeració emprats i a les característiques particulars de cada civilització. Tot i aquesta diversitat, tant formal com material, el concepte de divisió, lògicament, és el mateix. És bonic veure les diferències i les concordances entre ells.

B1. La divisió egípcia

Per dividir, els egipcis utilitzaven l’estratègia de la duplicació del divisor. En realitat, estam parlant d’una descomposició binària del dividend. Veiem un exemple.

Volem dividir 512 entre 15

Llavors farem el doble de 15, el doble de 30, etc.

									
	15	30	60	120	240	480	-	-	-
	1	2	4	8	16	32	-	-	-

Aquesta successió de dobles la farem fins que el pròxim doble ja superaria el dividend (512) i apuntaren davall quina multiplicació hem fet.

Llavors anirem marcant, a la línia del divisor, de gran a petit, quins resultats hem d’anar sumant per arribar el més a prop possible de 512, però sense passar-nos!

		*(2a)				*(1a)			
	15	30	60	120	240	480	-	-	-
	1	2	4	8	16	32	-	-	-

480 + 30 = 510   Això vol dir que tendrem un residu 2 (el dividend era 512).
I el quocient serà la suma dels nombres corresponents de la darrera fila, o sigui, 32 + 2 = 34

Per tant, 512 : 15 = 34 residu 2

(En realitat, aquesta divisió es basa en la propietat distributiva de la multiplicació respecte de la suma)

B2. La divisió romana

En un àbac romà, col·locam dalt de tot (solcs superiors) el nombre a dividir (dividend). Llavors, anam agafant grups de peces en nombre igual que el divisor. Per cada grup llevat, col·locam una peça de igual valor a la part superior dels solcs inferiors. Això es fa començant sempre pel grup d’ordre superior. Quan un grup no té tantes peces com el divisor, es fa necessari bescanviar totes i cada una de les peces per 10 peces d’un ordre inferior. Si ara ja es poden fer grups divisors, tornam a col·locar una peça a la part superior dels solcs inferiors per cada grup llevat. Així fins que no quedin suficient nombre de peces.

B3. La divisió en galera

Durant l’edat Mitjana, una vegada incorporats els dígits indoaràbics, la divisió es feia pel mètode conegut amb el nom de galera o vaixell. En un llibre, el matemàtic italià Tartaglia (en realitat nomia Nicolo Fontana) ho explica:

> *El segon mètode de dividir s'anomena a Venècia per "vaixell" o per "galera" per certa similitud de les figures que de tal operació resulten, perquè de la divisió d'algunes classes de nombres neix figura similar a un vaixell (../..) amb la proa, la popa, el pal, la vela, els rems...*

L’algorisme actual, en realitat és fill d’aquest. Trobareu una explicació en el web de Joan Jareño.

C. Aplicacions i curiositats

C1. Com podem dividir mentalment entre 5? El que feim és dividir entre 10, però com que el resultat serà la meitat d’allò desitjat, fem el doble d’aquest resultat.

Exemple: 130 : 5 = ... 130:10 = 13 .... 13 x 2 = 26 ..... llavors, **130 : 5 = 26**

C2. Com podem dividir mentalment entre 4? El que feim és el mateix que quan dividim una pizza en 4 bocins. En realitat feim la meitat de la meitat.

Exemple: 284 : 4 = ... 284 : 2 = 142 .... 142 : 2 = 71 .... llavors, **284 : 4 = 71**

(Evidentment, si hem de dividir entre 8, el que feim és tornar fer la meitat)

C3. Agafa una calculadora i fes les següents divisions:

1:2 1:3 1:4 1:5 1:6 1:7 1:8 1:9 1:10 1:11....

Estudia ara quins divisors fan que el resultat tengui un nombre finit de decimals. Que tenen a veure els divisors d'aquests nombres amb el sistema decimal? (Recorda que 10 = 2 x 5)

C4. Les matrícules són una font de sorpreses

- Cerca matrícules divisores: El nombre format per les dues primeres xifres, s'ha de poder dividir pel nombre format per les dues segones. Digués quin seria el quocient. Exemple: 2814 (quocient 2)

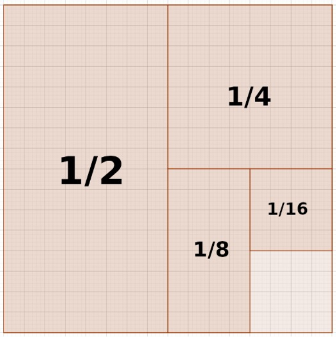
C5. Matrícules xules

- Les matrícules d'aquest estil (3388, 9911...) sempre tenen un divisor comú. Quin és? Per què? Quin seria el quocient?
- Les matrícules d'aquest estil (2525, 1313...) sempre tenen un divisor comú. Quin és? Per què? Quin seria el quocient?

C6. Dividir infinitament: què passa quan sumam la meitat amb la meitat de la meitat, amb la meitat de la meitat de la meitat, amb la meitat...

És a dir: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + ...$

Si ho féssim infinitament, al final sumaria la unitat. Si no, l'espai buit que queda és igual que el darrer tros que hem sumat.



C6. Què és el que divideix un iogurt? (Els iogurts venen de 8 en 8 perquè en realitat el que fan és un quilogram. Per això cada iogurt pesa 125 g)

C7. Per què molts paquets de paper de vàter van de 8 en 8, de 12 en 12, de 16 en 16...? Per què no trobam paquets de 25 rotlles? (per fer un ortoedre que sigui bo d'apilar, necessitam que el nombre de paquets tengui 3 divisors. Si només fem una capa de rotlles, bastaran dos divisors). Podeu mirar l'article de la revista SUMA.