

**56a Olimpíada Matemàtica Espanyola**  
Primera sessió de la fase local a les Illes Balears  
10 de gener de 2020

**Problema 1**

Siguin  $a, b$  dos nombres positius tals que

$$a + b = a^3 + b^3 = a^5 + b^5.$$

Demostrau que

$$a^2 + b^2 = a^4 + b^4 = a^6 + b^6.$$

**Problema 2**

Sigui  $M$  el punt mitjà del costat  $CA$  d'un triangle  $ABC$ . Donats els punts  $D$  i  $E$  del costat  $BC$  tals que  $BD : DE : EC = 1 : 1 : 1$ , siguin  $P$  i  $Q$  els respectius punts d'intersecció amb  $BM$  de  $AD$  i  $AE$ .

Determinau la proporció  $BP : PQ : QM$ .

**Problema 3**

En cada un dels quadradets d'una quadrícula  $6 \times 6$  s'hi escriu un nombre enter positiu. Es permet augmentar en 1 cada un dels nombres de qualsevol quadrat  $n \times n$  contingut en la quadrícula, amb  $2 \leq n \leq 6$ .

És possible aconseguir que els 36 nombres siguin múltiples de 3 fent només passos d'aquesta mena?

La durada de la prova és de tres hores.  
No és permès l'ús de calculadores.