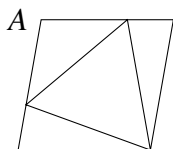


### Propietats bàsiques

1. i) Quina condició han de complir tres nombres  $a$ ,  $b$  i  $c$  per tal que es pugui construir un triangle amb segments d'aquestes longituds?<sup>1</sup>  
ii) Quin és el menor sencer  $a$  tal que es pot construir un triangle amb costats de longituds  $a$ ,  $a + 3$  i  $2a - 5$ ?<sup>2</sup>
2. En aquesta figura tots els segments tenen la mateixa longitud. Troba l'angle en  $A$ .<sup>3</sup>



3. Alguns triangles isòsceles tenen la propietat que una mediana els divideix en dos triangles que també són isòsceles. Quin és l'angle més petit que pot tenir un triangle amb aquesta propietat?<sup>4</sup>

### Punts i rectes notables d'un triangle; circumferències inscrita i circumscrita

4. Demuestra que el centre de la circumferència circumscrita a un triangle rectangle és el punt mitjà de la seva hipotenusa.
5. Demuestra que en tot triangle rectangle la suma de les longituds dels catets és igual a la suma dels diàmetres de les circumferències inscrita i circumscrita.
6. En un triangle  $ABC$  amb incentre  $I$ , demostra que  $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC$ .
7. En un triangle  $ABC$ , rectangle en  $A$ , demostra que la longitud del segment que uneix el peu de l'altura de  $A$  i el punt mitjà del catet  $AB$  no varia quan el vèrtex  $C$  es mou.
8. Demuestra que en un triangle qualsevol els tres peus de les altures, els tres punts mitjans dels costats i els tres punts mitjans dels segments que uneixen els vèrtexs amb l'ortocentre es troben sobre una mateixa circumferència, i que el radi d'aquesta circumferència és la meitat que el circumradi.
9. Demuestra que l'ortocentre d'un triangle acutangle coincideix amb l'incentre del triangle que formen els tres peus de les altures (l'anomenat triangle òrtic).

### Àrea

10. Demuestra que la suma de les distàncies des d'un punt d'un triangle equilàter als seus costats és igual a l'altura del triangle (teorema de Viviani).
11. En el quadrat  $ABCD$ , de costat 1,  $E$  i  $F$  són els punts mitjans dels segments  $AB$  i  $AD$ , respectivament.  $G$  és un punt sobre el segment  $CF$ , de manera que  $3 CG = 2 GF$ . Quina és l'àrea del triangle  $BEG$ ?<sup>5</sup>

---

<sup>1</sup>  $a < b + c$ ,  $b < a + c$ ,  $c < a + b$ .

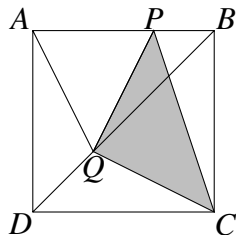
<sup>2</sup>  $a = 5$

<sup>3</sup>  $100^\circ$

<sup>4</sup>  $36^\circ$

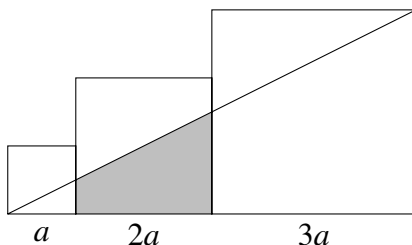
<sup>5</sup>  $\frac{1}{5}$

12 En el quadrat de la figura, de costat 1, el triangle  $APQ$  és isòsceles en  $Q$  i  $(PB) = \frac{(AB)}{3}$ . Troba l'àrea del triangle  $QPC$ .<sup>6</sup>

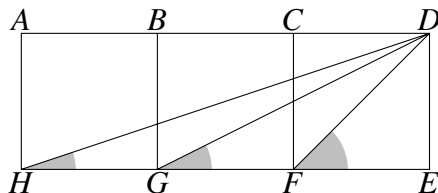


### Semblança

13. Quina és l'àrea del trapezi ombrejat de la figura?<sup>7</sup>



14. En la figura hi ha un rectangle compost per tres quadrats.



- i) Demosta que els triangles  $DFG, DFH$  són semblants.
- ii) Quant val la suma dels tres angles ombrejats?<sup>8</sup>

### Teorema de Pitàgores

15. Sobre els costats  $AB, BC$  d'un triangle  $ABC$ , rectangle en  $A$ , s'aixequen quadrats  $ABDE$  i  $BCFG$ . L'altura de  $A$  talla  $BC$  i  $FG$  en els punts  $P$  i  $Q$ . Demosta que el quadrat  $ABDE$  i el rectangle  $BPQG$  tenen la mateixa àrea.

16. Quants triangles rectangles diferents hi ha amb un catet de mesura 20 i les longituds dels altres costats nombres enters?<sup>9</sup>

### Arc capaç; teorema dels sinus

17. Demosta que el segment  $AB$  es veu sota el mateix angle des de tots els punts de l'arc  $AB$ .

18. Demosta el teorema dels sinus, que diu que en un triangle qualsevol, es té  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ .

<sup>6</sup>  $\frac{5}{18}$   
<sup>7</sup>  $2a^2$   
<sup>8</sup>  $90^\circ$   
<sup>9</sup> 4