

Taller de màgia matemàtica



#SOM
UIB



Universitat de les
Illes Balears

Pensa un nombre ...

- Pensa un nombre de 3 xifres diferents, i escriu-lo en un paper
- Escriu el mateix nombre, però ara en sentit contrari
- D'aquests dos nombres, al més gran resta-li el més petit
- El resultat d'aquesta resta, torna a escriure'l en sentit contrari, i suma'l al resultat de la resta
- Pensa en el resultat d'aquesta suma molt intensament

1089

Pensa un nombre ...

- Pensa un nombre A entre 1 i 50, i l'escrius en un racó de la pissarra
- Ara jo em gir d'esquena a la pissarra, i tu penses un nombre B entre 51 i 100 i l'escrius a l'altra punta de la pissarra
- Suma-li ... ($99 - A$)
- Esborra la primera xifra del resultat i suma-la al que queda
- Resta aquest resultat del nombre B que havies escrit al començament
- Què dóna? (A)

Pensa un nombre i amaga una xifra

- Escriu en un paper un nombre grandet, que no tingui totes les xifres iguals
- Escriu el mateix nombre, però ara escrit en sentit contrari
- D'aquests dos nombres, al més gran resta-li el més petit
- Del resultat, tapa una xifra **que no sigui un 0** i digués les altres, en l'ordre que vulguis
- El mag endevina la xifra que has tapat

Com es fan els trucs com aquest?

El màgic número 9

Criteri de divisibilitat per 9

Un nombre és divisible per 9 si, i només si, la suma de les seves xifres és divisible per 9.

L'**arrel digital** $[N]$ d'un nombre N s'obté sumant les seves xifres, i repetint aquest procés fins que obtenim una sola xifra

L'arrel digital de 971173202 és:

$$\begin{aligned}9 + 7 + 1 + 1 + 7 + 3 + 2 + 0 + 2 &= 32 \\3 + 2 &= 5\end{aligned}$$

Teorema

L'arrel digital d'un nombre és el residu que dona en dividir-lo per 9 (o 9 si el residu és 0)

El màgic número 9

Criteri pràctic de divisibilitat per 9

Un nombre ($\neq 0$) és divisible per 9 si, i només si, la seva arrel digital és 9.

L'arrel digital es pot calcular a mida que se llegeix el nombre: se van sumant les xifres que es van llegint, i cada cop que la suma passa de 9, es substitueix per la suma de les dues xifres del resultat.

971173202

$$\begin{aligned}9 &\rightarrow 9 + 7 = 16 \rightarrow 7 \rightarrow 7 + 1 = 8 \rightarrow 8 + 1 = 9 \\ &\rightarrow 9 + 7 = 16 \rightarrow 7 \rightarrow 7 + 3 = 10 \rightarrow 1 + 2 = 3 \\ &\rightarrow 3 + 0 = 3 \rightarrow 3 + 2 = 5\end{aligned}$$

Meta-truc I

La mare de molts trucs I

Si d'un nombre múltiple de 9 ens diuen totes les xifres (possiblement desordenades) menys una, i aquesta no és 0, aleshores la xifra amagada és el que manca a l'arrel digital del nombre que ens han "dictat" per arribar a 9 (o 9, si aquesta arrel digital ja era 9).

$$N = 9 \cdot 2357891 = 21221019$$

Si us dic **9110212**, quina xifra he amagat?

$[9110212] = 7$ per tant he amagat un **2**

Si us dic **1012212**, quina xifra he amagat?

$[1012212] = 9$ per tant podria haver amagat un **0** o un **9** (per això hem de prohibir amagar el 0)

Exemple 1

- Pensa un nombre gran aleatori, o saps què, millor, pren un dels meus bitllets d'Euros i còpia'n el codi a la pissarra
- Multiplica'l pel que vulguis
- Del resultat, tapa una xifra **que no sigui un 0** i digués les altres, en l'ordre que vulguis
- El mag endevina la xifra que has tapat

Cal preparar el truc: **Si el codi del bitllet comença amb Z o H, el seu número és múltiple de 9, per tant la xifra que falta s'endevina com hem explicat**

Exemple 2

- Amb la calculadora del mòbil, multiplica nombres d'una xifra a l'atzar, variats, fins que obtinguis un nombre de 7 o 8 xifres
- Del resultat, tapa una xifra **que no sigui un 0** i digués les altres, en l'ordre que vulguis
- El mag endevina la xifra que has tapat

Alerta, no funciona sempre! Si els nombres han estat prou variats. és molt probable que el resultat de la multiplicació sigui un múltiple de 9 **i per tant la xifra que falta s'endevina com hem explicat**

Cal posar èmfasi en el fet que els nombres han de ser variats, per augmentar les probabilitats d'èxit.

Meta-truc II

La mare de molts trucs II

Si dos nombres tenen el mateix residu en dividir-los per 9, la seva resta és un múltiple de 9.

$$N = 9q_1 + r, M = 9q_2 + r \implies N - M = 9(q_1 - q_2)$$

Parelles de nombres amb mateix residu mòdul 9:

- Dos nombres amb les mateixes xifres, però en ordres diferents
- Un nombre i la suma de les seves xifres
- ...

Exemple 3

- Escriu en un paper un nombre grandet, que no tingui totes les xifres iguals
- Escriu un altre nombre amb exactament les mateixes xifres, però en un altre ordre
- D'aquests dos nombres, al més gran resta-li el més petit
- Del resultat, tapa una xifra **que no sigui un 0** i digués les altres, en l'ordre que vulguis
- El mag endevina la xifra que has tapat

La resta és un múltiple de 9, per tant la xifra que falta s'endevina com hem explicat

Exemple 4

- Escriu en un paper un nombre grandet
- Resta-li la suma de les seves xifres
- Del resultat, tapa una xifra **que no sigui un 0** i digués les altres, en l'ordre que vulguis
- El mag endevina la xifra que has tapat

La resta és un múltiple de 9, per tant la xifra que falta s'endevina com hem explicat

“La apuesta sorpresa”

Vegeu el vídeo

<http://www.youtube.com/watch?v=P1xBzsStya8>

- Agafa N cartes del munt, amb N entre 10 i 19, i passa-les, per ordre, a un altre munt
- Ara suma les xifres de N i mira la carta corresponent, començant per dalt, del munt nou
- El mag endevina aquesta carta

Està preparat! **És la desena carta del munt original, el mag la coneix o la mira inadvertidament.**

La carta vermella

- Pren 7 cartes negres i una vermella, mescla-les bé, posa-les cara a dalt. El mag et dona l'esquena.
- Reparteix alternativament les cartes en dos munts. Pren el que té la carta vermella, mescla'l, deixa'l i posa-hi l'altre a sobre
- Torna a repartir alternativament les cartes en dos munts. Pren el que **no** té la carta vermella i posa'l damunt l'altre
- Torna a repartir alternativament les cartes en dos munts, i torna a prendre el que **no** té la carta vermella i a posar-lo damunt l'altre
- Dona el munt de cartes, girades, al mag, i ell hi troba la vermella.
- És la **tercera**

El nom màgic

- Agafa un munt d'entre 8 i 16 cartes, tria'n una, mostra-la al públic i posa-la a baix del munt
- Mentre lletreges **MERCÈ**, passa amb cada lletra una carta de dalt a baix del munt
- Torna-ho a fer
- I torna-ho a fer!
- Ara repeteix el procés següent:
 - Passa la carta superior a baix
 - Retira la carta superior i deixa-la a la taula fins que quedi només una carta a la mà
- Serà la carta que havies triat!

El nom màgic

- Agafa un munt d'entre 8 i 16 cartes, tria'n una, mostra-la al públic i posa-la a baix del munt
- Mentre lletreges **FRANCESC**, passa amb cada lletra una carta de dalt a baix del munt
- Torna-ho a fer
- Ara repeteix el procés següent:
 - Retira la carta superior i deixa-la a la taula
 - Passa la carta superior a baixfins que quedi només una carta a la mà
- Serà la carta que havies triat!

Truc: S'han de passar 16 cartes de dalt a baix: per exemple, lletrejant dues vegades un nom de 8 lletres, bé tres vegades un nom de 5 lletres i després començar passant la carta superior a baix ($15 + 1 = 16$)

El Baby Hummer

- Agafa 4 cartes, fe'n un munt amb les cares cap a baix, mescla, i mira la carta inferior
- Passa la carta superior a baix, sense girar-la
- Gira la carta superior i deixa-la a dalt, girada
- Ara, per mesclar, repeteix 3 cops:
 - ① Talla (com vulguis) i completa
 - ② Pren les dues cartes superiors, gira-les, en bloc, i torna-les a deixar a dalt
- Mostra les cartes al mag, i aquest endevina la que haves triat.

El mag gira mentalment la primera i la tercera cartes, i diu la carta que quedaria orientada diferent de les altres tres

No és tan fàcil desordenar

- Col·loca en un munt les cartes de l'1 al 9, ordenades i girades cap a baix
- Talla com vulguis i completa
- Separa les cartes en dos munts, alternativament
- Posa un munt a sobre de l'altre
- Talla i completa, separa les cartes en dos munts alternativament i posa'n un a sobre de l'altre
- I fes-ho una tercera vegada.
- Mira la carta superior, i passa de baix a dalt tantes cartes com el seu nombre menys 1.
- Gira les cartes. **Han tornat a quedar com en començar!**

Endevina la cinquena carta

- El mag demana a un voluntari que agafi 5 cartes i les doni a l'ajudant
- L'ajudant li indica al voluntari que deixi 4 cartes ordenades sobre la taula, es quedi la cinquena i la mostri al públic
- El mag les mira i endevina la cinquena

Endevina la cinquena carta: Truc

L'ajudant li dicta la carta al mag:

- 1 Un pal sortirà repetit: la cinquena serà d'aquest pal i l'indica amb la primera
- 2 Donades dues cartes d'un pal, sempre n'hi ha una que està a distància ≤ 6 en sentit horari de l'altra; aquesta "altra" és la que dirà la primera
- 3 La distància de la primera a l'amagada es codifica amb les altres tres.

Per exemple, si les ordenam pel valor i, en cas d'empat, pel pal (Cor < Diamant < Pica < Trèvol):

1a	2a	3a	→ +1	1a	3a	2a	→ +2
2a	1a	3a	→ +3	2a	3a	1a	→ +4
3a	1a	2a	→ +5	3a	2a	1a	→ +6

El superquadrat màgic

Escriu quatre nombres A, B, C, D (amb $A \geq 2$) a la primera filera d'una graella 4×4 , suma les xifres, i farem aparèixer aquesta suma... moltes vegades.

El quadrat és

A	B	C	D
$C - 1$	$D + 1$	$A - 1$	$B + 1$
$D + 1$	$C + 1$	$B - 1$	$A - 1$
B	$A - 2$	$D + 2$	C

Per construir-lo, basta començar

A	B	C	D
	$C + 1$	$B - 1$	
B			C

i a partir d'aquí i de la suma $A + B + C + D$ ja es pot completar

Un altre quadrat màgic

- Del quadrat següent

5	6	3	7
7	8	5	9
3	4	1	5
4	5	2	6

- Encercla-hi una casella i ratlla les altres de les seves filera i columna
 - Encercla una casella no ratllada i ratlla les altres de les seves filera i columna
 - Fes-ho una altra vegada
 - Encercla la casella que sobreviu
 - Suma les quatre caselles i digues el resultat
- Sempre dona **20**

Com els construïm?

- Pensau en un nombre: per exemple, 20
- A fora de les caselles de la fila superior i la columna esquerra de la graella, escriviu-hi nombres que en total sumin 20. Per exemple:

	2	3	0	4
3				
5				
1				
2				

Com els construïm?

- A cada casella hi sumam els nombres de la filera i de la columna:

	2	3	0	4
3	$3+2=5$	$3+3=6$	$3+0=3$	$3+4=7$
5	$5+2=7$	$5+3=8$	$5+0=5$	$5+4=9$
1	$1+2=3$	$1+3=4$	$1+0=1$	$1+4=5$
2	$2+2=4$	$2+3=5$	$2+0=2$	$2+4=6$

Com els construïm?

- Ara esborrau els nombres de defora de la graella

5	6	3	7
7	8	5	9
3	4	1	5
4	5	2	6

- Quan sumau 4 números de 4 fileres i columnes diferents, sumau tots els nombres de defora, que donen la suma desitjada

El tripler

- Col·loca tres objectes grossos en filera. El mag els dona l'esquena.
- Demana a un voluntari que, d'amagat del mag, triï un dels objectes i intercanviï els altres dos
- Ara li demana que executi una sèrie d'intercanvis de parelles d'objectes, i vagi dient en veu alta les posicions que intercanvia (les posicions, no els objectes). Quan es cansi, s'atura.
- El mag es gira, mira els objectes i endevina l'objecte triat al principi.

El tripler: Truc

- El mag segueix d'amagat la posició d'un objecte concret amb els dits de la mà
- En acabar, observa l'objecte que ha quedat en la posició on li ha quedat a ell l'objecte que seguia. Aquest és el que s'ha "intercanviat" amb l'objecte que seguia al canvi amagat. Per tant:
 - Si coincideixen, aquest és l'objecte que havia triat el voluntari
 - Si hi ha quedat un altre objecte, el voluntari havia triat el tercer objecte

El dau

- Llença el dau i observa el resultat.
- Si és parell, fes-lo rodolar un quart de volta a la dreta. Si és imparell, fes-lo rodolar un quart de volta cap a tu.
- Segueix repetint aquest procés amb la cara resultant, fins que arribis a l'1.
- Fes-ho una darrera vegada, amb aquest 1.
- Concentra't en el resultat final. . . És el **4**

Els plecs màgics

- Plega 4 vegades un quadrat de paper, per marcar una graella 4×4 . Desplega'l.
- A la graella, escriu-hi els nombres de l'1 al 16, ordenats

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

- Torna a plegar el quadrat amb 4 doblecs, com vulguis
- Ara amb les estisores, retalla tots els plecs fins que quedin 16 quadrats separats.
- Suma els nombres que apareixen a les cares visibles
- Dóna **68**

Variants

- Si les cares del paper són de colors diferents, els colors a les cares visibles apareixeran alternats
- Si pintam les caselles de dos colors, de manera que a cada costat tinguin colors diferents, totes les cares visibles tendran el mateix color
- Si omplim les caselles amb un quadrat màgic, per exemple

14	1	12	7
11	8	13	2
5	10	3	16
4	15	6	9

la suma de les caselles visibles serà el doble de la suma d'una columna

Les 5 cartes

- Retalla 5 targes de paper, i a cada carta escriu-hi, a cada costat, un dels nombre de les parelles

Cara	1	2	3	4	5
Dors	6	7	8	9	10

- Col·loca-les en filera, en l'ordre que vulguis i mostrant la cara que vulguis
- Digués quantes cares negres mostres, i endevinaré la suma dels nombres que es veuen

Bibliografía

- Fernando Blasco. *Matemagia*. Ed. Temas de Hoy (2007)
- *El rincón matemático*, a Divulgamat/Menú Principal/Cultura y Matemáticas
<http://www.divulgamat.net>
- *Magia y matemáticas*.
<http://magiaymatematicas.blogspot.com.es>
- *Canal Magia y Matemáticas* de Youtube
http://www.youtube.com/playlist?list=PLawhTkW3rVe_jeUebbRj7UZ8_VB0T4PqN

Bibliografia

- M. Gardner. *Mathematics, Magic and Mystery*. Dover (1956)
- P. Diaconis, R. Graham. *Magical Mathematics*. Princeton Univ. Press (2012)
- C. Mulcahy. *Mathematical Card Magic*. CRC Press (2013)
- *Mathematical magic*.
<http://www.mathematicalmagic.com>