Textos

auxiliars per a la conferència

Galileu: Eppur si muove

L'època galileana versus la doctrina aristotèlica

Josep Pla i Carrera
jpla@ub.edu

Departament de Probabilitat, Lògica i Estadística
Facultat de Matemàtiques
Universitat de Barcelona

Jornada Galileu

Societat Balear de Matemàtiques SBM-XEIX
Observatori Astronòmic de Mallorca

Costitx (Mallorca), dissabte 10 d'abril de 2010

Índex temàtic

1 Del llenguatge de la matemàtica

De la *Metafísica* (iv aC) d'Aristòtil

> Cal, doncs, que sapiguem abans que res quina mena de demostració convé a cada objecte particular perquè seria absurd confondre i barrejar la recerca de la ciència i la del mètode: dues manifestacions l'adquisió de les quals presenta grans dificultats.
>
> **No s'ha d'exigir rigor matemàtic a tot, sinó únicament quan es tracta d'objectes immaterials**.
>
> I així el **mètode matemàtic no és el dels físics**, perquè probablement el fons de tota la naturalesa és la mateixa. Així doncs abans que cap altra cosa el físics han d'examinar tot allò que és la naturalesa. D'aquesta manera veuran amb claredat quin és l'objecte de la física, i si l'estudi de les causes i dels principis de la naturalesa és patrimoni d'una única ciència o de moltes ciències.[1]

[En aquest sentit és molt clar i interessant [5, edició castellana, capítols i, ii, pàgines 11–44].

Per a una lectura d'Aristòtil, potser un xic massa tècnica, però excel·lent, veieu [6], en particular, els capítols dedicats a la Física i a la Cosmologia.]

Del *Saggiatore* (1623) de Galileo Galilei

> La filosofia està escrita en aquest llibre tan gran que tenim obert davant dels ulls, l'univers. No és possible d'entendre'l si abans **no s'aprèn a entendre el llenguatge**, a conèixer-ne els caràcters amb què s'ha escrit. **Està escrit en llenguatge matemàtic** i els seus caràcters són triangles, cercles i d'altres figures geomètriques. Sense ells és del tot impossible entendre'n una sola paraula. Sense ells ens trobaríem voltant vanament en un laberint fosc.[2]

[Per a una comprensió de la manera de pensar de Galileu recomano [7]. És un exemple de claredat expositiva, de passió intel·lectual, i alhora un text clar i entenedor.

Des del punt de vista divulgatiu, veieu [11, tercer diàleg, edició catalana].

[1] Veieu [3, llibre segon, α, iii, 992b, edició castellana, pàgina 128].

[2] Veieu [8, edició castellana, pàgina 61].

Pel que fa a la condemna recomano l'excel·lent estudi del mallorquí Antoni Beltrán i Marí, professor de la Facultat de Filosofia de la UB, [4].]

2 Del moviment i del principi d'inèrcia en Aristòtil i Galileu

DEL *De Cælo* (IV aC) D'ARISTÒTIL

Dels moviments acceptables. En el *De Cælo*, Aristòtil exposa la teoria del moviment dels cossos del món físic —que són infinitament divisibles. És una teoria **qualitativa** i, en cap cas, **quantitativa**.

> De tots els cossos i magnituds naturals diem que, de per si mateixos, són móbils respecte del lloc; diem, en efecte, que la **naturalesa** (del cos) és el principi del seu moviment. Ara bé, tot moviment respecte del lloc, al que anomenem translació, **ha de ser rectilini o circular** o una barreja d'ambdós: aquests, en efecte, son los únics moviments simples. La raó és que solament aquestes magnituds són simples, la rectilínia y la circular. Circular, doncs, és el moviment al voltant d'un centre, i rectilíni, l'ascendent i el descendent. Anomeno ascendent al que s'allunya del centre, descendent, al que s'hi apropa. De manera que, necessàriamente, tota translació simple ha de donar-se desde el centre, cap el centre o al voltant del centre [...][3]

La **cosmologia** aristotèlica diferencia dues regions del **cosmos** o **univers** que no són reductibles l'una a l'altra: el **món sublunar** i el món **supralunar**. [Aquesta nomenclatura és posterior a Aristòtil.]

L'**èter** és l'element material del que està compost l'anomenat món supralunar, mentre que el món sublunar està format pels famosos quatre elements: **foc**, **terra**, **aire** i **aigua**. De fet, són, amb la *quinta essència* els **cinc** constituents de la naturalesa i, segons Plató, estan íntimament lligats als cinc sòlids platònics: tetràedre, cub, octàedre, icosàedre i dodecàedre.

Per a Aristòtil, l'èter és l'element més subtil i més lleuger, més perfecte que els altres quatre i, sobretot, el **seu moviment natural és**

[3] Veieu [2]. Els èmfasis són meus.

circular —i uniforme—, a diferència del moviment natural dels altres quatre, que és **rectilini** —i també uniforme.

De les causes dels moviments. El moviment rectilini precisa d'una **causa constant** que el mantingui; el moviment circular és, en canvi, **immutable des de sempre**.

Així doncs, en Aristòtil, el moviment rectilini i uniforme i l'**estat de repòs són dos fets essencialment diferents**. Un cos en repòs segueix en repòs indefinidament si no hi ha cap causa que l'obligui a abandonar-lo; en canvi, un cos en moviment rectilini i uniforme, si no està sotmès a una causa que el mantingui, més tard o més d'hora caurà en el repòs.

De fet, els textos són molt interessants, alhora que contradictoris. Els trobem a la *Física*:

De la *Física* (iv aC) d'Aristòtil

> Aristòtil planteja una idea propera al principi d'inercia: A més, ningú no pot dir per què un cos que es mou s'aturarà en
>
> algun indret. Per què ha d'aturar-se aquí i no pas allà? Per tant, o bé s'haurà de mantenir en repòs, o bé es mourà forçosament fins a l'infinit, llevat que quelcom més poderós li ho impedeixi...[4]

Però, per a Aristòtil, els moviments infinits són impossibles:

> Per tant, si allò que es desplaça està canviant cap a una banda, aleshores tindr`à la possibilitat de completar el canvi. D'on en resulta que el seu moviment no és il·limitat, ni pot desplaçar-se una distància il·limitada, perquè és impossible recórrer una distància il·limitada...[5]

Per tant, Aristòtil es veu obligat a rebutjar el primer enunciat:

> Tot allò que es mou ha de ser mogut per alguna cosa... A més allò que es mou per si mateix no pararia mai d'estar en moviment

[4] Veieu [1, llibre iv, 215a 19–22].
[5] Veieu [1, llibre iv, 241b 9–12].

> perquè si assolís l'estat de repòs, tindria que ser mogut per alguna altra cosa i aleshores ja no seria mogut per si mateix. Per tant, tot allò que es mou ha d'ésser mogut per alguna cosa...[6]

DELS *Diàlegs* (1632) DE GALILEO GALILEI, JORNADA PRIMERA

Dels moviments acceptables La primera jornada dels *Diàlegs* està totalment dedicada a mostrar que no hi ha dues físiques del moviment.[7]

DELS *Diàlegs* (1832) DE GALILEO GALILEI, JORNADA SEGONA

Del principi d'inèrcia

> SALVIATI Sembla ben correcte tot el que has dit fins ara pel que fa referència a plans diferents [inclinats cap avall i cap amunt]. Ara, però, digue'm, ¿què li succeirà al mateix cos [una bola perfectament rodona en una superfície plana brunyida com un mirall] si la superfície no té inclinació ni cap amunt ni cap avall?
>
> SIMPLICI [...]Si no hi ha inclinació cap avall, no hi haurà tendència natural al moviment; i si no n'hi ha cap amunt, no hi ha resitència natural al moviment. S'en dedueix la seva indiferència tant a accelerar-se com a frenar-se. Penso que es quedarà on és [...]
>
> SALVIATI [...] Però, què succeirà si l'impulsem cap a una banda?
>
> SIMPLICI [...] Es mourà cap aquesta banda.
>
> SALVIATI ¿Amb quina classe de moviment: contínuament accelerat o frenat, com en els plans inclinats cap avall, o cap amunt?
>
> SALVIATI Si l'espai fos indefinit, el moviment no finiria; seria, perpetu.[8]

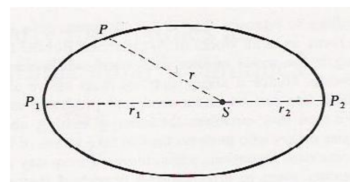
---

[6] Veieu [1, llibre IV, 241b 9–12].
[7] Veieu[9, jornada primera, pàgines 9–94].
[8] Veieu[9, jornada segona, pàgines 128–130].

3 De les trajectòries en el món físic en el segle XVII

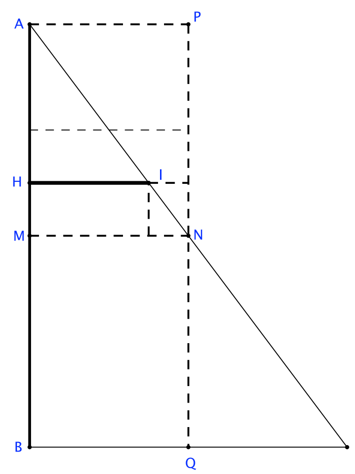
De l'*Astronomia Nova* de Johannes Kepler

Llei primera. *L'òrbita de cada planeta és una el·lipse amb el Sol en un focus.*
Llei segona. *La línia (ideal) que uneix un planeta i el Sol escombra àrees iguals en intervals de temps iguals.*[9]



De *Consideracions i demostracions* (1638) de Galileo Galilei

Teorema. *Quan un cos es mou amb un moviment uniformement accelerat, la seva velocitat augmenta segons una línea recta.*[10]



És a dir, representem les velocitats en els diversos instants d'un interval de temps AB, perpendicularment a AB. Els extrems lliures descriuen una recta AE, essent BE la velocitat a l'instant final B. Ara bé, com que tota velocitat [instantània] **dura un moment**, en el moment H l'espai recorregut és la línia HI.

En resulta, doncs, que l'espai recorregut en el temps AB coincideix amb l'àrea del triangle ABE.

I aquesta superfície coincideix amb la superfície del rectangle que s'obté amb la paral·lela mitjana MN.

[9]Kepler estableix la llei segona abans d'establir la primera. Així doncs, la segona la trobem al capítol 40 de l'*Astronomia nova*, i la primera, al 45.

La llei tercera que estableix: *La raó entre el cub del diàmetre mig de les òrbites dels planetes i el quadrat del temps que triga a fer una volta és una constant de l'Univers* i es troba al capítol V de l'*Harmonices Mundi* (1619)

[10]Veieu [10, pàgines 292–293]. Els èmfasis són meus.

> I que aquesta superfície pot ser contemplada com l'espai recorregut per un mòbil amb velocitat instantània variable, però coneguda en cada instant, ja que **tota velocitat dura un instant**.

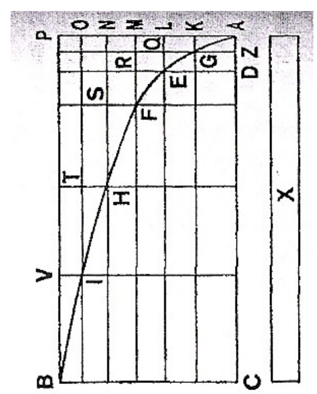
Tota la metodologia conceptual de Galileu rau, doncs, en l'axioma:

L'≪aggregatum≫ de les línies és el que
proporciona el valor de la superfície.

És precisament en base a aquestes idees que Galileu dedueix la **llei dels quadrats**:

> **Teorema**. *Les distàncies recorregudes en un mateix interval de temps són proporcionals als nombres senars, començant per la unitat.*[11]

> Serà també en base a aquests resultats que establirà la **llei de caiguda de greus**. La idea de Galileu que vull retenir és la que consisteix a considerar una superfície plana com descomposta en infinitèsims, la suma total dels quals —l'≪aggregatum≫, en les seves pròpies paraules— proporciona la superfície.



> **Teorema**. *Un projectil que es mou amb un moviment compost d'un moviment horitzontal i uniforme i d'un de descendent, naturalment accelerat, descriu, en el seu moviment, una línia semiparabòlica.*[12]

[11]Veieu [10, pàgina 294].
[12]Veieu [10, pàgines 384 i 388–391].

4 De l'infinit en Aristòtil i Galileu

De l'infinit en la *Física* (iv aC) d'Aristòtil

> I, si l'infinit és accidental, no podrà ser, en tant que infinit, element dels sers, així com l'invisible no és l'element del llenguatge, malgrat la invisibilitat del so [...]. Finalment, l'**infinit no pot existir**, evidentment, **en acte**, perquè aleshores una part qualsevol presa a l'infinit fóra, al seu torn, infinita, donant-se una identitat entre l'essència de l'infinit i l'infinit, **si l'infinit té una existència susbtancial**, i no és l'atribut d'un subjecte. L'infinit serà, per tant, o indivisible, o divisible, susceptible de ser dividit en infinits. Però un gran nombre d'infinits no pot ser el propi infinit, perquè aleshores l'infinit seria una part de l'infinit com l'aire és una part de l'aire, si l'infinit fos una essència i un principi[...][13]

En clara contradicció amb la **noció comuna 5** dels *Elements* d'Euclides (iii aC), que diu: *El tot és més gran que cada una les seves parts.*[14]

> El meu argument **no els pren res als matemàtics en el seu estudi, malgrat que negui l'existència de l'infinit en el seu sentit d'existència actual**, entès com quelcom que creix d'una manera que ja no sigui possible d'anar més enllà; perquè, de fet, no precisen d'anar a l'infinit ni usar-lo; **només precisen que l'(in)finit** —per exemple, la recta— **pugui ser tan llarga com calgui. Pel que fa a les demostracions, entre una cosa i l'altra, no hi cap mena de diferència**.[15]

Tanmateix Aristòtil s'equivoca. Així, si llegim el llibre primer dels *Elements* d'Euclides —un autor molt respectuós amb els ensenyaments i limitacions imposades per l'estagirita—[16] ens adonem que precisa de l'**infinit en acte** en tres indrets:

1. La definició de rectes paral·leles [**E** i, definició 23].

[13]Veieu [1, llibre iii B 5, 204a 5–30, pàgines 210–211]. L'èmfasi és meva.
[14]Veieu [12, volum i, pàgina 705].
[15]Veieu [1, llibre iii B 7, 207 b 27–32, pàgines 210–211]. L'èmfasi és meva.
[16]Recordem que, en els *Elements* d'Euclides, les rectes són segments rectilinis.

2. Les demostracions de les proposicions 12 i 22 del llibre **E** I.

De l'infinit en *Consideracions i Demostracions* (1638) Galileo Galilei

> Simplici Sorgeix un dubte que em sembla totalment insoluble. Sabem que hi ha rectes que són més grans que d'altres, però ambdues tenen una infinitat de punts [...] Això m'obliga a creure que, en magnituds de la mateixa espècie, n'hi ha que són més grans que l'infinit[...] Però **em sembla totalment absurd** que es doni un infinit més gran que un infinit.
>
> Salviati Aquesta mena de dificultats provenen del raonament que fem amb el nostre enteniment finit quan tractem amb l'infinit [...]
>
> [⋮]
>
> Salviati [...]Els nombres, incloent'hi els quadrats i els no quadrats són més que els quadrats.
>
> Simplici Ceratment.
>
> Salviati Però si et pregunto quants són els quadrats em pots respondre amb tota certesa que són tants com arrels perquè a tota arrel li correspon un quadrat i tot quadrat una arrel.[17]

Gràficament,

$$\begin{array}{ccccccccccc}
1 & 2^2 & 3^2 & 4^2 & 5^2 & 6^2 & 7^2 & 8^2 & 9^2 & 10^2 & \cdots \\
\updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\
\mathbf{1} & 2 & 3 & \mathbf{4} & 5 & 6 & 7 & 8 & \mathbf{9} & 10 & \cdots \\
\| & & & \| & & & & & \| & & \\
1^2 & & & 2^2 & & & & & 3^2 & & \cdots
\end{array}$$

[17]Veieu [10, pàgines 108–109]. L'èmfasi és meva.

5 De la naturalesa de les magnituds en Aristòtil i Galileu

Fou Zenó d'Elea qui plantejà els paralogismes de la «naturalesa de les magnituds».

DELS PARALOGISMES DE ZENÓ, A *Física* (IV aC) D'ARISTÒTIL

> **La paradoxa de la fletxa** [**atomista**]. Si tot allò que es troba sempre en un **mateix lloc** està quiet, i allò que es desplaça a l'espai es troba sempre en un **mateix** «**ara**», aleshores la fletxa quan vola està immòbil[...]. És una conclusió que s'obté si s'admet que el temps està format d'«**ares**».[18]
>
> **La paradoxa d'Aquil·les i la tortuga** [**no atomista**]. El corredor més lent mai no podrà ser atrapat pel més ràpid, perquè el que persegueix ha d'arribar primer al punt de partida d'on ha sortit el perseguit, però aleshores el corredor més lent s'haurà desplaçat una certa distància i anirà per davant del més lent.[19]

5.1 Les magnituds en Aristòtil

DEL *De Cælo* (IV aC) D'ARISTÒTIL

> Bé doncs, continu és allò que és divisible en parts que, al seu torn, són sempre divisibles. I un cos és allò que és divisible per totes bandes. De les magnituds, la que s'estén en una dimensió és una línea, la que ho fa en dues, una superfície, i la que ho fa en tres, un cos. A banda d'aquestes, no n'hi ha més, de magnituds, ja que tres són totes les dimensions possibles i «tres vegades» equival a «arreu». En efecte, como diuen els pitagòrics, el tot i totes les coses queden definides pel tres; doncs fi, mitjà i principi conté el nombre de tot, i aquestes tres coses constitueixen el nombre de la tríada [...].[20]

---

[18] Veieu [1, VI 9, 239 b 5–10; b 30–32 pàgines 376 i 378]. Els èmfasis són meus.

[19] Veieu [1, VI 9, 239 b 14–29; pàgina 377].

[20] Veieu `http://www.mercaba.org/Filosofia/HT/diego%20reina/Aristoteles/de_caelo1.htm`.

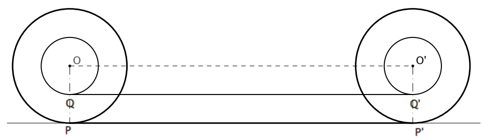
5.2 Les magnituds en Galileu

De *Consideracions i Demostracions* (1638) de Galileo Galilei

> Si, en doblegar una recta en angles, per formar un polígon de quatre, vuit, quaranta, cent, o mil angles, que abans eren, per dret, a la recta esmentada, en potència, quant formi un polígon d'infinits costats, és a dir, quan el cargoli en la circumferència d'un cercle, ¿no podré dir, amb la mateixa llicència, que he dut, en acte, totes les infinites parts, les quals, mentre eren rectes, només eren en potència? I tampoc no podem negar que aquesta resolució de les infinites parts sigui tan real que la de les quatre parts quan fem el quadrat, o la de les mil quan fem un milàgon. En ella no hi falta cap de les condicions que hem trobat en el cas dels mil, o dels cent mil costats. Si el posem damunt d'una recta, aquesta el tocarà amb un dels seus costats, és a dir, amb una cent milèsima part. El cercle, que és un polígon d'infinits costats, tocarà també la recta amb un dels seus costats, que és un únic punt, diferent dels adjacents, de la mateixa manera que un costat d'un polígon és diferent i separat dels contigus[...]
>
> I ara, senyor Simplici, no sé si els peripatètics —amb els que acordo, com a concepte veritable, que el continu és divisible en parts que, al seu torn, són sempre divisibles, de manera que, si prosseguim la divisió amb una subdivisió, mai no s'arriba a la darrera— em concedirien que cap d'aquestes divisions és l'última, com realment no ho és i sempre en podem fer una altra, de divisió, ulterior. Sinó que la darrera i suprema de totes és la que la resol en infinits indivisibles; i a aquesta divisió li concedeixo que mai no s'aconsegueix dividint cada cop més i més. Però, emprant el mètode —propugno distingir-lo de l'altre— puc resoldre tota la infinitud d'un cop —quelcom que mai no s'hauria de negar—, i em sembla que s'haurien de tranquilitzar i admetre aquesta composició del continu en àtoms absolutament indivisibles. I molt més encara si tenim en compte que és el millor camí per treure'ns dels laberints intrincats que hem trobat [. . .][21]

[21] Veieu [10, pàgines 128–129].

De fet, el text anterior —una mica complicat d'entendre— està lligat amb el que hom coneix com la *paradoxa de la roda d'Aristòtil* i que consisteix en el següent [veieu la figura]:



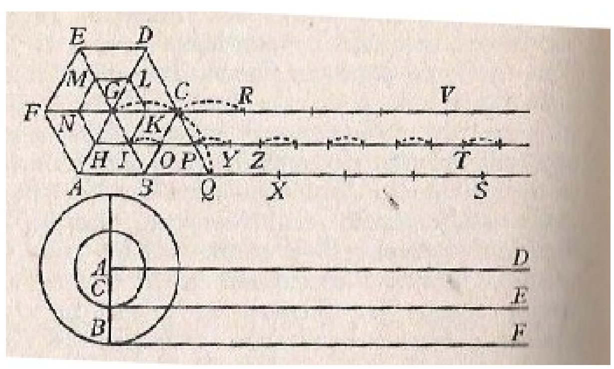
La roda de centre O roda damunt la recta tangent al punt P fins a donar una volta completa.

Aleshores la trobem en el lloc de la roda de centre O' i el punt P en el lloc del punt P'. Per tant, la longitud de la circumferència de cen- tre O i radi OP és PP'.

Però, en una volta, el punt Q es col·loca al lloc del punt Q'.

Per tant, la longitud de la circumferència de centre O i radi OQ és $QQ' = PP'$. **Impossible!**

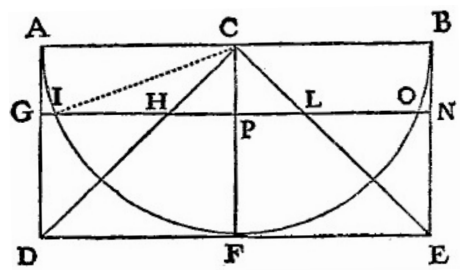
Veieu, en concret, el text de Galileu que acompanya la figura següent:[22]



[22]Veieu [10, pàgines 93–97].

Càlcul del volum de l'escudella de Luca Valerio

L'escudella de Luca Valerio. *Es tracta de determinar el volum del sòlid que queda si d'un cilindre d'alçada igual al radi de la base en traiem la semiesfera inscrita.*[23]

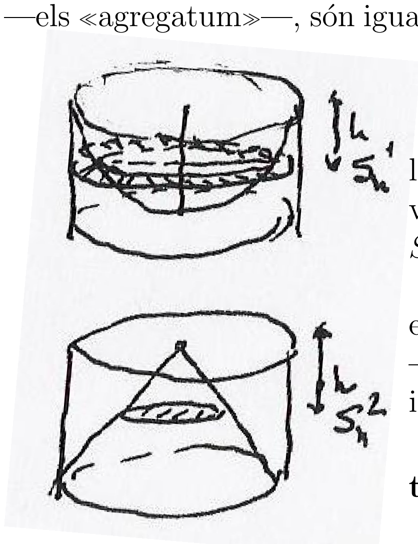


Resulta que és igual al volum del con que té la mateixa base i alçada que el cilindre.

De fet, l'àrea de la corona circular és, pel teorema de Pitàgores,

$$\pi\big(PG^2 - PI^2\big) = \pi\big(CI^2 - PI^2\big) = \pi\, CP^2 = \pi\, PH^2$$

D'on les superfícies, llesca a llesca dels sòlids que formen les llesques —els «agregatum»—, són iguals. D'aquí que els volums també ho siguin.



Veiem-ne la idea:

A l'alçada h tallem l'escudella i el con.

S'obtenen les superfícies S_h^1 i S_h^2 de la llesca respectiva: són superfícies sense volum. I, pel que hem dit, resulta que $S_h^1 = S_h^2$.

Si ara acceptem, com fa Galileu, que el sòlid és l'«agregatum» de les superfícies —un raonament atomista— els volums són iguals, que és el que volíem provar.

Aquest mètode és **totalment atomista**, quelcom que no s'imposà.

[23]Veieu [10, pàgines 102–103].

5.3 De l'autoritat d'Arquimedes

DE *De l'esfera i el cilindre* (III aC) D'ARISTÒTIL

Aquest insigne matemàtic siracusà havia exclòs l'atomisme de la geometria de les magnituds en establir el postulat V de *De l'esfera i el cilindre*, és a dir, l'**arquimedianitat** de les magnituds:

> **Postulat V de *De l'esfera i el cilindre*.** *Donades dues magnituds arbitràries A i B, sempre existeix un múltiple d'una qualsevol d'elles que supera l'altra.*[24]

Formalment,

$$\exists n, m \in \mathbb{N}\big(nA = A + \overset{n)}{\cdots} + A > B \text{ i } mB = B + \overset{m)}{\cdots} + B > A\big).$$

L'arquimedianitat de les magnituds exclou els àtoms.

Referències

[1] Aristòtil, *Física*, Librería Bergua, Madrid, 1934, veieu també *Física* a http://www.filosofia-irc.org/libros/index.htm.

[2] ———, *Acerca del cielo*, Círculo de Lectores, Barcelona, 1997, veieu `http://www.scribd.com/doc/15901055/Aristoteles-Sobre-El-Cielo`, per als dos primers llibres.

[3] ———, *Metafísica*, Gredos, Madrid, 2000, veieu també http://www.filosofia.org/cla/ari/azc10.htm.

[4] Antonio Beltrán, *Talento y Poder: Historia de las relaciones entre Galileo y la Iglesia Católica*, Laetoli, Navarra, 2006.

[5] sir Herbert Butterfield, *The Origins of Modern Science 1300–1800*, Collier Books, Nova York, 1962, traducció castellana de Luís Castro, *Los Orígenes de la ciencia moderna*. Taurus. Madrid 1958.

[6] Ingemar Düring, *Aristoteles. Darstellung un Interpretation seines Denkes*, Carl Winter. Universitätsverlg, Heidelberg, 1996, traducció castellana de Bernabé Navarro, *Aristóteles: Exposición e interpretación*. Universidad Autónoma de México: Mèxic, 1990, reimprés l'any 2005.

[24] Veieu [12, volum II, pàgina 27].

[7] Galileo Galilei, *Carta a la Gran Duquesa de Toscana, Cristina de Lorena (1615)*, Alhambra, Barcelona, 1615, edició i material didàctic: Pere de la Fuente, Xavier Granados, i Francisco Reus. Barcelona, 1986.

[8] ______, *Il Saggiatore (1623)*, Accademia dei Lincei, Roma, 1623, traducció de l'italià, pròleg, comentaris i notes de José Manuel Revuelta, *El ensayador*. Aguilar. Buenos Aires, 1981.

[9] ______, *Dialogo sopra i due maxime sistemi del mondo ptolemaico e copernicano (1632)*, Alianza, Madrid, 1632, edició d'Antoni Beltrán Marí, *Diálogo sobre los dos máximos sistemas del mundo ptolemaico y copernicano*. Alianza Editorial: Madrid, 1995.

[10] ______, *Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno à due nuoue scienze attenenti alla mecanica i movimenti locali (1638)*, Elsevirii, Leyden, 1638, edició preparada per C. Solis i J. Sádaba, *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*. Editora Nacional. Madrid, 1978.

[11] Alfréd Rényi, *Dialógusok a matematiháról*, Akadémiai Kidó, Budapest, 1965, existeix una traducció anglesa de la'utor, *Dialogues on Mathematics*. Holden-Day. San Francisco 1967. Traducció catalana dels tres diàlegs: el primer "Un diàleg socràtic sobre les matemàtiques", de Josep M. Font i Llovet; el segon, "Un diàleg sobre aplicacions de les matemàtiques", traduït per Josep M. Font i Llovet, i amb comentaris de Josep Pla i Carrera; el tercer traduït i anotat per Josep Pla i Carrera, "Diàleg sobre el llenguatge del *Llibre de la Nauturalesa*", publicats, respectivament, a *Butlletí de la Socitat Catalana de Matemàtiques*, volum 17, número 2, 2002, pàgines 51–67; volum 19, número 1, 2004, pàgines 53–74; i volum 24, número 1, 2009, pàgines 23–62.

[12] Francisco Vera, *Científicos griegos*, Aguilar, Madrid, 1970, dos volums.