

XLIV Olimpíada Matemàtica Espanyola
Fase Local – Illes Balears
Primera sessió
11 de gener de 2008

Problema 1

Un nombre natural n dóna residu 4 en dividir-lo per 7 i dóna residu 3 en dividir-lo per 8. Quin és el valor del residu que dóna n en dividir-lo per 56?

Problema 2

Sigui P un punt interior a un triangle isòsceles ABC amb $\angle ABC = \angle ACB = 40^\circ$ tal que $\angle PBC = 20^\circ$ i $\angle PCB = 30^\circ$. Proveu que $\overline{BP} = \overline{BA}$.

Problema 3

Una escola d'un determinat poble té 20 alumnes. Se sap que dos qualssevol d'aquests alumnes tenen el mateix padrí. Demostrau que hi ha algun padrí que té almenys 14 néts.

- No es permet l'ús de calculadores.

XLIV Olimpíada Matemàtica Espanyola
Fase Local – Illes Balears
Segona sessió
11 de gener de 2008

Problema 4

Demostrau que si a és un nombre real no negatiu, aleshores

$$\sqrt{a} + \sqrt[3]{a} + \sqrt[6]{a} \leq a + 2$$

Quan es compleix la igualtat?

Problema 5

Trobau totes les solucions en nombres naturals de l'equació

$$\frac{a}{b+5} = \frac{b}{a+9}$$

Problema 6

Trobau la mesura de l'angle agut θ si se sap que

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + (2 + \sqrt{3} - \sqrt{2} - \sqrt{6})^2}}$$

- No es permet l'ús de calculadores.